مستوى : الثاني من سلك البكالوريا — الشعبة: الآداب و العلوم الإنسانية — الأستاذ: عثماني نجيب

تصحيح الفرض المحروس رقم 1 B

تمرين1: (13ن) 1) 4ن 2) 3ن 3) 2ن 4) 2ن 5) 2ن

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي $U_{n+1}=3U_n+6$

و $\forall n\in\mathbb{N}$ $U_0=1$ ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة

كالتالي : $\forall n\in\mathbb{N}\quad V_n=U_n+3$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1
2. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ و استنتج أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 3 وحدد حدها الأول
3. أكتب v_n بدلالة n
4. استنتج u_n بدلالة n
5. أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

الأجوبة :

1) نعوض nب0 فنجد:

$u_{0+1}=3\times u_0+6=3\times1+6=3+6=9$ اذن : $u_1=9$

نعوض n ب 1 فنجد :

$u_{1+1}=3\times u_1+6=3\times9+6=33$ اذن : $u_2=10$

نعوض n ب 0 فنجد : $v_0=u_0+3=1+3=4$

نعوض n ب 1 فنجد : $v_1=u_1+3=9+3=12$

2) $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{u_{n+1}+3}{u_n+3}=\frac{3u_n+6+3}{u_n+3}=\frac{3u_n+9}{u_n+3}=\frac{3(u_n+3)}{u_n+3}=3=q$

اذن: المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=3$ وحدها الأول $v_0=4$

3)كتابة v_n بدلالة n:

بما أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=3$ وحدها الأول $v_0=4$

فان: $v_n=4\times(3)^n$

4)استنتاج u_n بدلالة n

لدينا: $v_n=u_n+3$ اذن: $v_n-3=u_n$ أي: $u_n=4\times3^n-3$

5)حساب النهايات التالية : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=\lim\limits_{n\to+\infty} 4\times3^n=+\infty$

لأن : $\lim\limits_{n\to+\infty}(3)^n=+\infty$ $\quad a=3>1$

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\lim\limits_{n\to+\infty} 4\times3^n-3=+\infty$

تمرين2: (7ن) 1 ن لكل سؤال

أحسب النهايات التالية :1) $\lim\limits_{n\to+\infty} -2n^2+4n^3+3$

2) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{4n^2-2n+3}{n^4-1}$ **3)** $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{2n^4+3n-5}{n^2-2}$

4) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{5n^2+4n-2}{n^2+3}$ **5)** $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{n}-5\right)\left(\frac{3}{\sqrt{n}}-2\right)$

6) $\lim\limits_{n\to+\infty} 4^n-6^n$

الأجوبة :

1) $\lim\limits_{n\to+\infty} -2n^2+4n^3+3=\lim\limits_{n\to+\infty} 4n^3=+\infty$

2)

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{4n^2-2n+3}{n^4-1}=\lim_{n\to+\infty}\frac{4n^2}{n^4}=\lim_{n\to+\infty}\frac{4n^2}{n^{2+2}}=\lim_{n\to+\infty}\frac{4n^2}{n^2\times n^2}=\lim_{n\to+\infty}\frac{4}{n^2}=0$$

3)

$$\lim_{n\to+\infty}\frac{2n^4+3n-5}{n^2-2}=\lim_{n\to+\infty}\frac{2n^4}{n^2}=\lim_{n\to+\infty}\frac{2n^2\times n^2}{n^2}=\lim_{n\to+\infty}2n^2=+\infty$$

4) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{5n^2+4n-2}{n^2+3}=\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{5n^2}{n^2}=5$

5) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{n}-5\right)\left(\frac{3}{\sqrt{n}}-2\right)$

نعلم أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n}=0$ **و** $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3}{\sqrt{n}}=0$ **ومنه :**

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{n}-5\right)\left(\frac{2}{\sqrt{n}}-2\right)=(0-5)(0-2)=10$$

6) $\lim\limits_{n\to+\infty} 4^n-6^n=+\infty-\infty$ **ش غ م**

$$\lim_{n\to+\infty} 4^n-6^n=4^n\left(1-\frac{6^n}{4^n}\right)=4^n\left(1-\left(\frac{6}{4}\right)^n\right)$$

لدينا : $\lim\limits_{n\to+\infty} 4^n=+\infty$ **لأن :** $4>1$

ولدينا : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{6}{4}\right)^n=+\infty$ **لأن :** $\frac{6}{4}=\frac{3}{2}>1$

ومنه : $\lim\limits_{n\to+\infty} 4^n-6^n=6^n\left(1-\left(\frac{6}{4}\right)^n\right)=+\infty(1-\infty)=-\infty$